Portal Jurnal Unimor

JSLK 2 (2) 41-45
Jurnal Saintek Lahan Kering (2019)
International Standard of Serial Number 2622-1020

Jurnal Saintek Lahan Kering

Model Pembobotan Maks-Min Termodifikasi untuk Menyelesaikan Masalah Pemilihan *Supplier* Multi-Objektif *Fuzzy* dengan Fungsi Objektif *Fuzzy* dan Kendala *Fuzzy* pada Rantai *Supply*

Grandianus Seda Mada
Fakultas Pertanian, Universitas Timor, Kefamenanu, TTU – NTT, Indonesia, email: g.seda@mail.ugm.ac.id

Artikel Ini Telah Diseminarkan Pada Seminar Nasional Saintek Unimor 2019

Article Info

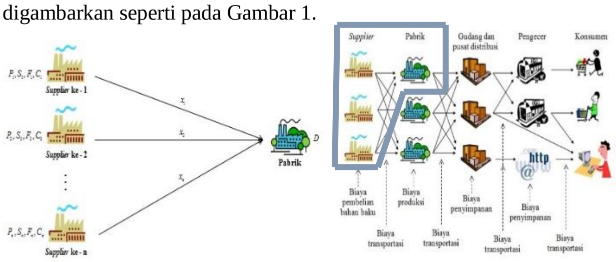
Article history:
Received 21 November 2019
Received in revised form 23 November 2019
Accepted 26 November 2019
DOI:
https://doi.org/10.32938/slk.v2i2.868
Keywords:
Rantai *Supply*, Pemilihan *Supplier* Multi-Objektif *Fuzzy*, Model Pembobotan Maks-Min, *Analytic Hierarchy Process.*

Abstrak

Pemilihan *supplier* merupakan salah satu kegiatan terpenting dalam jaringan rantai *supply* dari sebuah perusahaan. Pemilihan *supplier* dapat dipandang sebagai masalah multi-objektif karena merupakan masalah multi kriteria yang mencakup faktor kualitatif dan kuantitatif. Pada kenyataannya informasi yang berkaitan dengan tujuan dan kendala yang dihadapi dalam masalah pemilihan *supplier* tidak diketahui dengan pasti. Teori himpunan *fuzzy* dapat digunakan pada ketidakjelasan dan ketidaktepatan informasi. Sehingga kemudian masalah pemilihan *supplier* dapat dipandang sebagai program linear multi-objektif *fuzzy*. Dalam kegiatan-kegiatan usaha pada umumnya, antara tujuan yang satu dengan tujuan yang lain memiliki tingkat kepentingan yang berbeda bagi pengambil keputusan sehingga keputusan *fuzzy* yang digunakan adalah keputusan *fuzzy* nonsimetris. Sebelumnya telah terdapat sebuah model yang dikembangkan untuk menyelesaikan masalah pemilihan *supplier* multi-objektif *fuzzy* nonsimetris yaitu model pembobotan aditif. Pada tulisan ini dikembangkan metode pembobotan maks-min untuk menangani kekurangan-kekurangan yang dimiliki oleh model pembobotan aditif. Dalam menentukan bobot fungsi objektif digunakan pendekatan *Analytic Hierarchy Process*. Model yang diusulkan ini dapat membantu pengambil keputusan untuk mengetahui pesanan yang sesuai untuk setiap *supplier*, dan memungkinkan manajer pembelian mengelola kinerja rantai *supply* pada biaya, kualitas dan pelayanan. Pada akhirnya diberikan contoh numerik untuk menjelaskan perbedaan dari kedua model.

1. PENDAHULUAN

Berdasarkan (Pibernik dan Sucky (2007)) dalam Normayati (2011), rantai *supply* (*supply chain*) adalah suatu jaringan yang terdiri dari fasilitas-fasilitas berbeda yang tersebar secara geografis, dimana bahan mentah, bahan setengah jadi dan bahan jadi diproduksi, diuji, dimodifikasi dan disimpan, serta terjadi proses pengiriman yang menghubungkan fasilitas-fasilitas tersebut. Badan usaha yang terlibat dalam suatu rantai *supply* meliputi *supplier* bahan mentah, unit produksi, *supplier-supplier* tambahan, penyedia layanan penyimpanan, pengumpul (*assemblers*), distributor, pengecer dan konsumen. Aktivitas yang terjadi pada suatu rantai *supply* adalah mengubah bahan baku dan bahan pendukung menjadi bahan jadi untuk selanjutnya dikirimkan kepada konsumen akhir. Tujuan dibuatnya rantai *supply* adalah untuk memperoleh jaringan yang sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai oleh pengambil keputusan. Sebagai contoh, seorang pengambil keputusan ingin meminimalkan biaya dan memaksimalkan kualitas produk yang diperoleh. Dari sini dipilihlah rantai *supply* yang sesuai dengan tujuan pengambil keputusan tersebut. Rantai *supply* dapat digambarkan seperti pada Gambar 1.



(a) (b)

Gambar 1. (a). Pemilihan *Supplier* , (b). Rantai *Supply*

Manajeman Rantai *Supply* adalah suatu pendekatan yang digunakan untuk membuat kinerja dari suatu kesatuan yang terdiri dari sejumlah *supplier*, pabrik, gudang dan toko menjadi efisien, sedemikian sehingga produk dapat diproduksi dan didistribusikan dalam jumlah yang tepat, dan pada waktu yang tepat pula, guna meminimalkan biaya total dengan tetap memberikan layanan yang memuaskan. Tujuan utama manajemen rantai *supply* adalah untuk memenuhi permintaan pelanggan melalui penggunaan sumber daya yang paling efisien, termasuk kapasitas distribusi, persediaan, dan sumber daya manusia (Normayati, 2011). Berdasarkan Amid, dkk (2011), pemilihan *supplier* adalah masalah multi kriteria yang mencakup faktor kualitatif dan kuantitatif. Kepentingan relatif dari kriteria dan sub kriteria ditentukan oleh pimpinan teratas dan manajer pembelian berdasarkan strategi rantai *supply*.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian studi literatur, data-data yang berhubungan dengan penelitian diambil dari berbagai jurnal dan buku. Sementara untuk contoh numerik merupakan hasil kreasi dari peneliti sendiri berdasarkan contoh-contoh numerik dari beberapa jurnal yang dikembangkan sesuai tujuan penelitian ini.

Peniliti mengumpulkan jurnal yang berhubungan dengan tujuan penelitian. Menggabungkan konsep-konsep yang berhubungan, memunculkan teorema-teorema, definisi-definisi, contoh-contoh penjelas penelitian serta membuktikan teorema-teorema tersebut.

Penelitian ini fokus membahas mengenai model pembobotan maks-min yang dimodifikasi untuk menyelesaikan masalah pemilihan *supplier* multi-objektif *fuzzy* dengan fungsi objektif dan fungsi kendala sama-sama bersifat *fuzzy*. Dalam menentukan bobotnya digunakan *Analytic Hierarchy Process* (*AHP*). Untuk algoritma penyelesaian model disajikan pada bagian selanjutnya. *Software* yang digunakan dalam mengolah data pada contoh numerik adalah *software POM for Windows*.

3. TINJAUAN PUSTAKA

Penelitian mengkaji kembali dan mengembangkan jurnal yang ditulis oleh Amid, dkk (2011). Penelitian ini membahas mengenai bagaimana menyelesaikan masalah pemilihan *supplier* dengan tujuan yang bersifat tidak pasti dengan menggunakan metode pembobotan maks-min. Masalah pemilihan *supplier* adalah suatu masalah yang dihadapi dalam suatu rantai *supply*. Simchi-Li dkk(2004), Pibernik dan Sucky (2007) serta Pokharel (2007) dalam Normayati (2011) memberikan definisi mengenai rantai *supply* dan masalah-masalah yang dihadapi dalam suatu rantai *supply*.

Dickson (1966) pertama kali mengidentifikasi dan menganalisis 23 kriteria penting pemilihan *supplier* berdasarkan survei manajer pembelian. Weber dan Current (1991) mengulas 74 artikel yang berdiskusi tentang kriteria pemilihan *supplier*. Mereka juga menyimpulkan bahwa pemilihan *supplier* merupakan masalah multi kriteria dan prioritas dari setiap kriteria tergantung pada masing-masing situasi pembelian. Berdasarkan 23 kriteria yang dinyatakan oleh Dickson (1966), Weber dan Current (1991) kemudian memperkecil cakupan kriteria-kriteria terpenting pemilihan *supplier* berdasarkan *rating*-nya.

Menurut Amid, dkk (2011), masalah pemilihan *supplier* merupakan masalah program multi-objektif. Winston (1994) memberikan definisi mengenai program multi-objektif. Dalam penelitian ini hanya dibahas mengenai masalah pemilihan *supplier* dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang linear. Dengan kata lain, masalah pemilihan *supplier* yang dibahas merupakan masalah program linear multi-objektif. Sakawa (1993) memberikan definisi dan metode-metode untuk menyelesaikan masalah program linear multi-objektif. Model pemilihan *supplier* yang dinyatakan sebagai program linear multi-objektif disebut sebagai model deterministik.

Pada kenyataannya informasi yang berkaitan dengan tujuan dan kendala yang dihadapi dalam masalah pemilihan *supplier* tidak diketahui dengan pasti. Berdasarkan alasan tersebut model deterministik tidak lagi tepat untuk merepresentasikan masalah pemilihan *supplier*. Untuk mengatasi ketidakpastian dari tujuan dan kendala, Amid, dkk (2011) menyarankan untuk menggunakan teori himpunan *fuzzy*. Himpunan *fuzzy* pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh (Sakawa, 1993). Dalam (Bector dan Chandra, 2005) disebutkan bahwa Zimmermann menggunakan teori himpunan *fuzzy* untuk menyatakan ketidakpastian dari tujuan-tujuan yang ingin dicapai oleh pengambil keputusan dalam masalah program linear multi-objektif. Program linear multi-ojektif dengan fungsi tujuan *fuzzy* disebut program linear multi-objektif *fuzzy*.

Dalam (Amid, dkk, 2011), disampaikan bahwa Zimmermann telah menggunakan model yang digagas oleh Belman dan Zadeh untuk menyelesaikan masalah program linear multi-objektif *fuzzy*. Pada model ini fungsi tujuan dan fungsi kendala dianggap memiliki tingkat kepentingan yang sama bagi pengambil keputusan, sehingga model ini disebut model yang simeteris. Namun, dalam kegiatan-kegiatan usaha pada umumnya, antara tujuan yang satu dengan tujuan yang lain memiliki tingkat kepentingan yang berbeda bagi pengambil keputusan, tak terkecuali pada masalah pemilihan *supplier*. Oleh karena itu model simetris tidak lagi tepat untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan dengan beberapa tujuan, dikarenakan tujuan-tujuan tersebut memiliki tingkat kepentingan yang berbeda-beda sehingga kemudian Amid, dkk (2006) serta Yaghoobi, dkk (2008) mengembangkan sebuah model *fuzzy* pembobotan aditif untuk masalah pemilihan *supplier* dengan tujuan untuk menangani input yang tidak tepat dan masalah mendasar dari menentukan bobot kriteria kuantitatif/kualitatif dengan kondisi beberapa sumber dan keterbatasan kapasitas. Pada model pembobotan aditif, tidak ada jaminan bahwa tingkat pencapaian tujuan *fuzzy* konsisten dengan bobot yang diinginkan atau diharapkan pengambil keputusan. Saat pengambil keputusan menetapkan bobot fungsi objektif, rasio tingkat pencapaian fungsi keanggotaan harus sedekat mungkin dengan rasio bobot objektif untuk mencerminkan kepentingan relatif kriteria. Namun pada Model pembobotan aditif, rasio tingkat pencapaian belum tentu sama seperti bobot fungsi objektif.

Dalam tulisan ini, model pembobotan maks-min multi-objektif *fuzzy* dikembangkan untuk masalah pemilihan *supplier* dengan tujuan untuk mengatasi masalah perbedaan rasio tingkat pencapaian dan bobot fungsi objektif. Model *fuzzy* ini memungkinkan manajer pembelian tidak hanya mempertimbangkan ketidaktepatan informasi tetapi juga turut mempertimbangkan ketersediaan *supplier* serta keterbatasan kapasitas masing-masing supplier dalam menyediakan produk kedalam perhitungan untuk menghitung jumlah pesanan ke masing-masing *supplier*. Metode *Analytic Hierarchy Process* (*AHP*) sering digunakan untuk memecahkan masalah yang kompleks dan telah diterapkan dalam berbagai konteks pengambilan keputusan (Winston, 1994). *AHP* juga memberikan pendekatan terstruktur untuk menentukan bobot kriteria. *AHP* digunakan untuk menentukan bobot kriteria dalam model yang disajikan.

Dalam (Amid, dkk, 2011), dikembangkan model pemilihan *supplier* multi-objektif *fuzzy* dengan fungsi objektif *fuzzy* dan kendala deterministik. Pada tulisan ini, model pemilihan *supplier* tersebut akan dikembangkan dengan kendala yang bersifat *fuzzy* juga dengan mengacuh pada Cheng, dkk (2013) serta Nasseri, dkk (2017) serta penyelesaiannya mengacuh pada penyelesaian program linear multi-objektif *fuzzy* dengan parameter *fuzzy* yang diajukan oleh Balan (2016) berdasarkan Nehi dan Alineghad (2008) serta Ramik dan Rimanek (1985).

Model Pemilihan *Supplier* Multi-Objektif *Fuzzy* dengan Fungsi Objektif *Fuzzy* dan Kendala *Fuzzy*.

Misalkan *n* menyatakan banyaknya *supplier* yang dapat dipilih oleh pengambil keputusan dan $x_i, i = 1,2,\cdots,n$ menyatakan jumlah produk yang akan dibeli dari *supplier* ke-*i*. Dengan kata lain $x_i, i = 1,2,\cdots,n$ merupakan variabel keputusan. Dari sini program linear multi-objektif untuk masalah *supplier* dapat dinyatakan sebagai masalah menentukan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\boldsymbol{T}}$ yang

meminimalkan $Z_1(x), Z_2(x), \cdots, Z_p(x)$,
memaksimalkan $Z_{p+1}(x), Z_{p+2}(x), \cdots, Z_q(x)$, (1)
dengan kendala $x \in X_d$,

$$X_d = \left\{ x \middle| g_r(x) = \sum_{i=1}^{n} a_{ri} x_i, \quad r = 1,2,\cdots,h \right\}$$

dengan $Z_1(x), Z_2(x), \cdots, Z_p(x)$ adalah fungsi objektif akan diminimalkan seperti biaya, keterlambatan pengiriman, dan lain-lain, dan $Z_{p+1}(x), Z_{p+2}(x), \cdots, Z_q(x)$ adalah tujuan yang akan dimaksimalkan seperti kualitas, ketepatan pengiriman, tingkat pelayanan, dan lain-lain, $g_r(x)$adalah fungsi kendala yang harus dipenuhi seperti permintaan dari pembeli, kapasitas *supplier*, dan lain-lain, X_d adalah daerah fisibel yang memenuhi kendala.

Diberikan masalah pemilihan *supplier*, dengan jumlah *supplier* yang dapat dipilih sebanyak *n*. Setiap *supplier* mempunyai kapasitas sebanyak $C_i, i = 1,2,\cdots,n$. Jumlah permintaan yang harus dipenuhi oleh pengambil keputusan sebanyak *D*. Pengambil keputusan ingin menentukan *supplier* mana saja yang harus dipilih dan berapa banyak produk yang harus dipesan dari masing-masing *supplier* terpilih. Tujuan yang ingin dicapai oleh pengambil keputusan adalah meminimalkan harga beli, memaksimalkan kualitas produk dan memaksimalkan tingkat pelayanan yang akan diperoleh dari *supplier*. Masalah pemilihan *supplier* tersebut diilustrasikan seperti pada Gambar 1 (a).

Berikut model matematika dari permasalahan diatas.
Menentukan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\boldsymbol{T}}$ yang

meminimalkan $Z_1 = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i$, (2)
memaksimalkan $Z_2 = \sum_{i=1}^{n} F_i x_i$, (3)
memaksimalkan $Z_3 = \sum_{i=1}^{n} S_i x_i$, (4)
dengan kendala

$\sum_{i=1}^{n} x_i \geq D$, (5)
$x_i \leq C_i, i = 1,2,\cdots,n$, (6)
$x_i \leq 0, i = 1,2,\cdots,n$, (7)

Masalah pemilihan *supplier* di atas mempunyai tiga fungsi objektif yaitu meminimalkan biaya pembelian (2), memaksimalkan kualitas produk yang dibeli (3) dan memaksimalkan pelayanan yang diperoleh dari *supplier* (4). Kendala (5) menjamin permintaan dipenuhi. Kendala (6) menyatakan bahwa jumlah pemesanan dari setiap *supplier* harus sama dengan atau kurang dari kapasitas masing-masing *supplier*. Kendala (7) melarang jumlah pemesanan yang bernilai negatif.

Pada kenyataannya, tujuan yang ingin dicapai dalam masalah pemilihan *supplier* tidak selalu bersifat pasti melainkan bersifat *fuzzy*. Untuk mengatasi hal tersebut dikembangkan model pemilihan *supplier* dengan fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy*.

Suatu fungsi objektif disebut fungsi objektif *fuzzy* apabila pengambil keputusan memberikan tujuan *fuzzy* pada fungsi objektif tersebut sedangkan suatu kendala disebut kendala *fuzzy* jika koefisien dari variabelnya bersifat *fuzzy*, tanda pertaksamaan atau persamaannya bersifat *fuzzy* ataupun kombinasi keduanya. Pada masalah pemilihan *supplier* ini, diasumsikan bahwa pengambil keputusan mempunyai dua jenis tujuan *fuzzy* yaitu "*fungsi objektif $Z_i(x)$ secara substansial lebih kecil atau sama dengan suatu nilai Z_i^0*". Tujuan *fuzzy* ini disebut *fuzzy* min. Tujuan *fuzzy* yang kedua adalah "*fungsi objektif $\boldsymbol{Z_i(x)}$ secara substansial lebih besar atau sama dengan suatu nilai Z_i^0*". Tujuan *fuzzy* ini disebut *fuzzy* maks.

Selanjutnya masalah program linear (1) dengan tujuan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai masalah $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$ yang

meminimalkan $\tilde{Z}_k = \sum_{i=1}^{n} C_{ki} x_i \lessapprox z_k^0,\ k = 1,2,\cdots,p$,
memaksimalkan $\tilde{Z}_i = \sum_{i=1}^{n} C_{li} x_i \lessapprox z_l^0,\ l = p+1, p+2, \cdots, q$,
dengan kendala (8)

$$\tilde{g}_r(x) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{a}_{ri} x_i \lessapprox \tilde{b}_r, r = 1,2,\cdots,h$$

$$\tilde{g}_p(x) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{a}_{pi} x_i \lessapprox \tilde{b}_p, p = 1,2,\cdots,m$$

$$x_i \geq 0, i = 1,2,\cdots,n$$

dengan C_{ki}, C_{ii} dan b_p bernilai *crisp*, $\tilde{a}_{ri} = ({a_{ri}}^1, {a_{ri}}^2, {a_{ri}}^3)$ dan $\tilde{b}_{ri} = ({b_r}^1, {b_r}^2, {b_{ri}}^3)$ adalah parameter *fuzzy* dari kendala ke-*r* Z_k^0 dan Z_l^0 adalah tingkat aspirasi yang ingin dicapai pembuat keputusan dan tanda tilde ~ menyatakan lingkungan yang bersifat *fuzzy*. Fungsi keanggotaan untuk masing-masing fungsi objektif *fuzzy* dan parameter kendala *fuzzy* merupakan fungsi linear sebagai berikut:

$$\mu_{Z_k}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad Z_k(x) \leq Z_k^- \\ f_{Z_k} = \frac{Z_k^+ - Z_k(x)}{Z_k^+ - Z_k^-} & ; \quad Z_k^- \leq Z_k(x) \leq Z_k^+, (k = 1,2,\cdots,p) \\ 0 & ; \quad Z_k(x) \geq Z_k^- \end{cases} \tag{9}$$

$$\mu_{Z_l}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad Z_l(x) \geq Z_l^+ \\ f_{Z_l} = \frac{Z_l^+ - Z_l^-}{Z_l^+ - Z_l^-} & ; \quad Z_l^- \leq Z_l(x) \leq Z_l^+, (l = p+1, p+2, \cdots, q) \\ 0 & ; \quad Z_l(x) \leq Z_l^- \end{cases} \tag{10}$$

$$\mu_{a_r}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x < {a_r}^1, x > {a_r}^2 \\ \frac{x - {a_r}^1}{{a_r}^2 - {a_r}^1} & ; \quad {a_r}^1 \leq x \leq {a_r}^2 \\ \frac{{a_r}^3 - x}{{a_r}^3 - {a_r}^2} & ; \quad {a_r}^2 \leq x \leq {a_r}^3 \end{cases} \tag{11}$$

$$\mu_{b_r}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x < {b_r}^1, x > {b_r}^2 \\ \frac{x - {b_r}^1}{{b_r}^2 - {b_r}^1} & ; \quad {b_r}^1 \leq x \leq {b_r}^2 \\ \frac{{b_r}^3 - x}{{b_r}^3 - {b_r}^2} & ; \quad {b_r}^2 \leq x \leq {b_r}^3 \end{cases} \tag{12}$$

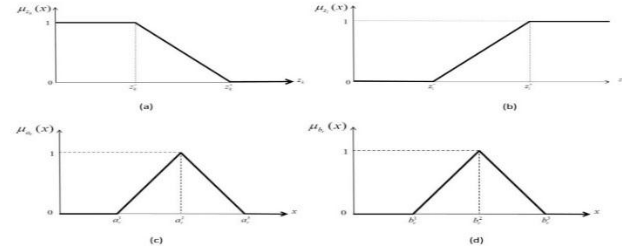
dengan $Z_l^+, Z_l^-, Z_k^+, Z_k^-, {a_r}^1, {a_r}^2, {a_r}^3, {b_r}^1, {b_r}^2$ dan ${b_r}^3$ masing-masing menyatakan nilai dari fungsi objektif $z_l(x)$ dan $z_k(x)$ serta parameter kendala $a_r(x), b_r(x)$ sedemikian sehingga derajat keanggotaannya 0 dan 1. Fungsi keanggotaan untuk $Z_l(x), Z_k(x), a_r(x)$ dan $b_r(x)$ dapat diilustrasikan seperti Gambar 2.

Program linear (8) merupakan model pemilihan *supplier* multi-objektif *fuzzy* dengan fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy* yang mengandung parameter *fuzzy*. Untuk menyelesaikan program linear *fuzzy* seperti ini, Balan (2016) serta Nehi dan Alineghad (2008) mengajukan untuk mengubah kendala *fuzzy* ke bentuk kendala *crisp* dengan mengubah bentuk bilangan *fuzzy* segitiga menjadi bentuk bilangan interval sesuai definisi yang diajukan oleh Ramik dan Rimanek (1985).

Bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$ dapat direpresentasikan oleh interval tertutup yang bergantung pada nilai interval dari α, atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\tilde{A}_\alpha = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} = [A_\alpha^L, A_\alpha^U]$$

dengan A_α^L atau A_α^U masing-masing melambangkan nilai ekstrim kiri atau kanan dari himpunan level-α, $\tilde{A}_\alpha$. Khususnya untuk $\tilde{A} = (a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)})$ bilangan *fuzzy* segitiga maka $\tilde{A} = [a^{(1)}(\alpha - 1) + a^{(2)}, a^{(2)} - a^{(3)}(\alpha - 1)]$ (Nehi dan Alineghad, 2008).



Gambar 2. Fungsi Keanggotaan dari (a). $Z_l(x)$, (b). $Z_k(x)$, (c). $a_r(x)$ dan (d). $b_r(x)$

Berikut diberikan definisi dan teorema yang menjelaskan tentang transformasi kendala *fuzzy* ke bentuk kendala deterministik.

Definisi 3.1. (Ramik dan Rimanek (1985) *Diberikan* $\widetilde{M}$ *dan* $\widetilde{N}$ *dua bilangan fuzzy, maka*

$\widetilde{M} \leq \widetilde{N}$ *jika* $\widetilde{M} \leq_L \widetilde{N}$ *dan* $\widetilde{M} \leq_R \widetilde{N}$

dengan

$\widetilde{M} \leq_L \widetilde{N}$ *jika* $\inf \widetilde{M}_\alpha \leq_L \inf \widetilde{N}_\alpha$ *untuk* $\alpha \in [0,1]$ *atau ekuivalen dengan kondisi*

$\forall v \in X \exists u \in X[u \leq v \, \& \mu_{\widetilde{M}}(u) \geq \mu_{\widetilde{N}}(v)]$*; sedangkan*

$\widetilde{M} \leq_R \widetilde{N}$ *jika* $\sup \widetilde{M}_\alpha \leq_L \sup \widetilde{N}_\alpha$ *untuk* $\alpha \in [0,1]$ *atau ekuivalen dengan kondisi*

$\forall u \in X \exists v \in X[u \leq v \, \& \mu_{\widetilde{M}}(u) \geq \mu_{\widetilde{N}}(v)]$.

Simbol R dan L masing-masing melambangkan relasi sisi kiri dan relasi sisi kanan. Relasi $\widetilde{M} \leq_R \widetilde{N}$ menyatakan bahwa $\widetilde{M}$ tidak lebih dari $\widetilde{N}$ dan relasi $\widetilde{M} \leq_L \widetilde{N}$ menyatakan bahwa $\widetilde{N}$ tidak kurang dari $\widetilde{M}$ sehingga relasi $\widetilde{M} \leq \widetilde{N}$ menyatakan bahwa $\widetilde{M}$ tidak lebih dari $\widetilde{N}$ atau $\widetilde{N}$ tidak kurang dari $\widetilde{M}$.

Teorema 3.2. (Nehi dan Alineghad, 2008) *Diberikan* $\widetilde{M}$ *dan* $\widetilde{N}$ *dua bilangan fuzzy, maka*

$$\widetilde{M} \leq \widetilde{N} \Leftrightarrow \widetilde{M} \ \vee \ \widetilde{N} = \widetilde{N}$$

Berdasarkan Definisi 3.1 dan Teorema 3.2, diberikan Teorema berikut.

Teorema 3.3. (Nehi dan Alineghad, 2018) *Jika* $\widetilde{M}$ *dan* $\widetilde{N}$ *dua bilangan fuzzy,* $\widetilde{M} \ \vee \ \widetilde{N} = \widetilde{N}$ *jika dan hanya jika untuk setia* $\alpha \in [0,1]$ *berlaku*

$$\widetilde{M} \leq \widetilde{N} \Leftrightarrow \begin{cases} m^{(2)} \leq n^{(2)} \\ m^{(2)} - \beta \leq n^{(2)} - \delta \\ m^{(2)} + \gamma \leq n^{(2)} + \tau \end{cases}$$

Dengan $\beta = m^{(2)} - m^{(1)}$, $\gamma = m^{(3)} - m^{(2)}$, $\delta = n^{(2)} - n^{(1)}$ *dan* $\tau = n^{(3)} - n^{(2)}$.

Berdasarkan Teorema 3.3, formulasi program linear hasil transformasi yang diajukan oleh Balan (2016) serta Nehi dan Alineghad (2008) adalah sebagai berikut:

menentukan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$ yang

meminimalkan $\tilde{Z}_k = \sum_{i=1}^n C_{ki}x_i \lesssim Z_k^0,\ k = 1,2,\cdots,p,$

memaksimalkan $\tilde{Z}_l = \sum_{i=1}^n C_{li}x_i \gtrsim Z_l^0,\ l = p+1, p+2, \cdots, q,$

dengan kendala (13)

$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n a_{ri}^2 x_i \leq b_r^2, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 - \beta) x_i \leq b_r^2 - \delta, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 + \gamma) x_i \leq b_r^2 + \tau, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_p(x) = \sum_{i=1}^n a_{pi} x_i \leq b_p, p = h+1, h+2, \cdots, m,$$
$$x_i \geq 0, i = 1,2,\cdots,n$$

dengan $\beta = a_{ri}^2 - a_{ri}^1$, $\delta = b_{ri}^2 - b_{ri}^1$ masing-masing adalah besar toleransi sisi kiri dari dua parameter *fuzzy* $\tilde{a}_{ri}$ dan $\tilde{b}_r$ sementara $\gamma = a_{ri}^3 - a_{ri}^2$, $\tau = b_{ri}^3 - b_{ri}^2$ masing-masing adalah besar toleransi sisi kanan dari dua parameter *fuzzy* $\tilde{a}_{ri}$ dan $\tilde{b}_r$.

Berdasarkan keputusan *fuzzy* nonsimetris yang dikemukakan oleh Amid, dkk (2006) maka model (13) ekuivalen dengan menyelesaikan model determnistik berikut:

Menentukan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$ yang

memaksimalkan $\sum_{j=1}^q w_j \lambda_j$,

dengan kendala (14)

$$\lambda_j \leq f\mu_{z_j}(x), j = 1,2,\cdots,q,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n a_{ri}^2 x_i \leq b_r^2, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 - \beta) x_i \leq b_r^2 - \delta, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 + \gamma) x_i \leq b_r^2 + \tau, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_p(x) = \sum_{i=1}^n a_{pi} x_i \leq b_p, p = h+1, h+2, \cdots, m,$$
$$\lambda_j \in [0,1], j = 1,2,\cdots,q,$$
$$\sum_{j=1}^q w_j = 1, w_j \geq 0,$$
$$x_i \geq 0, i = 1,2,\cdots,n.$$

Model (14) ini dinamakan model pembobotan aditif. Bila pengambil keputusan memberikan bobot pada fungsi objektif, maka rasio tingkat pencapaian fungsi keanggotaan harus sedekat mungkin dengan rasio bobot fungsi objektif agar mencerminkan kepentingan relatif dari kriteria pemilihan *supplier* (Amid, dkk, 2011) dan (Bector dan Chandra, 2005). Namun dalam model ini, rasio tingkat pencapaian fungsi keanggotaan tidak harus sama dengan bobot fungsi objektif.

Karena alasan tersebut, kemudian Amid, dkk (2011) mengembangkan model pembobotan maks-min yang diajukan oleh Lin (2004) untuk menyelesaikan masalah pemilihan *supplier* multi-objektif *fuzzy* secara khusus untuk fungsi objektif *fuzzy* (kendala deterministik) sehingga rasio tingkat pencapaian fungsi keanggotaan sedekat mungkin dengan rasio bobot atau kepentingan dari fungsi objektif. Kemudian Cheng, dkk (2013) mengembangkan model pembobotan maks-min untuk menyelesaikan masalah pemilihan *supplier* multi-objektif *fuzzy* dengan fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy* dimana kendala *fuzzy*-nya mengandung parameter *fuzzy* yang berbentuk bilangan *fuzzy* segitiga. Untuk menyelesaikan model ini kemudian digunakan model yang disampaikan oleh Balan (2016) berdasarkan Nehi dan Alineghad (2008) serta Ramik dan Rimanek (1985).

Berdasarkan keputusan nonsimetris, formulasi model pembobotan maks-min yang dikembangkan dari model yang diajukan oleh Cheng, dkk (2013), Balan (2016), (Nehi dan Alineghad, 2008) dan (Ramik dan Rimanek, 1985) dimodifikasi sebagai berikut:

Menentukan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T$ yang

memaksimalkan λ,

dengan kendala (15)

$$w_j \lambda \leq f\mu_{z_j}(x), j = 1,2,\cdots,q,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n a_{ri}^2 x_i \leq b_r^2, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 - \beta) x_i \leq b_r^2 - \delta, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_r(x) = \sum_{i=1}^n (a_{ri}^2 + \gamma) x_i \leq b_r^2 + \tau, r = 1,2,\cdots,h,$$
$$g_p(x) = \sum_{i=1}^n a_{pi} x_i \leq b_p, p = h+1, h+2, \cdots, m,$$
$$\lambda_j \in [0,1], j = 1,2,\cdots,q,$$
$$\sum_{j=1}^q w_j = 1, w_j \geq 0,$$
$$x_i, \lambda \geq 0, i = 1,2,\cdots,n.$$

dengan

$$f\mu_{Z_j}(x) = \begin{cases} f\mu_{Z_k}(x) = \dfrac{Z_k^+ - Z_k(x)}{Z_k^+ - Z_k^-} & ; Z_k^- \leq Z_k(x) \leq Z_k^+, (k = 1,2,\cdots,p) \\ f\mu_{Z_l}(x) = \dfrac{Z_l(x) - Z_l^-}{Z_l^+ - Z_l^-} & ; Z_l^- \leq Z_l(x) \leq Z_l^+, (l = 1,2,\cdots,q) \end{cases}$$

$f\mu_{Z_k}(x)$ adalah fungsi keanggotaan untuk fungsi objektif meminimalkan dan Z_k^+ serta Z_k^- masing-masing menyatakan nilai dari fungsi objektif $Z_k(x)$ sedemikian sehingga derajat keanggotaannya 1 dan 0, sedangkan $f\mu_{Z_l}(x)$ adalah fungsi keanggotaan untuk fungsi objektif memaksimalkan dan Z_l^+ serta Z_k^- masing-masing menyatakan nilai dari fungsi objektif $Z_l(x)$ sedemikian sehingga derajat keanggotaannya 0 dan 1.

Masalah (15) merupakan masalah program linear deterministik atau program linear biasa, sehingga dapat diselesaikan dengan metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah program linear seperti metode Simpleks. Dengan menyelesaikan (15) diperoleh solusi optimal λ^* dan $\boldsymbol{x}^*$**.** Solusi optimal $\boldsymbol{x}^*$ ini merupakan solusi optimal dari MPSMOF (8) dan λ^* merupakan derajat keanggotaan untuk $Z_j(\boldsymbol{x}^*), j = 1,2,\cdots,q$. Hal ini dijamin oleh Teorema 3.4 dan Teorema 3.5 sebagai berikut.

Teorema 3.4. *Jika* $\boldsymbol{x}^* \in X$ *adalah solusi optimal tunggal dari masalah pembobotan maks-min (15) untuk suatu* $w = (w_1, w_2, \cdots, w_q) > 0$*, maka* $\boldsymbol{x}^*$ *adalah solusi optimal Pareto dari MPSMOF (8).*

Teorema 3.5. *Jika* $\boldsymbol{x}^* \in X$ *adalah solusi optimal Pareto dari MPSMOF (8), maka* $\boldsymbol{x}^*$ *adalah solusi optimal dari masalah pembobotan maks-min (15) untuk suatu* $w = (w_1, w_2, \cdots, w_q) > 0$.

Nilai fungsi keanggotaan baru dan tingkat pencapaian optimal (λ^*) bisa melebihi 1 saat $w_j < 1$. Namun demikian, tingkat pencapaian aktual untuk setiap fungsi objektif mungkin tidak akan pernah melebihi 1. Model ini menghasilkan solusi optimal dalam daerah *fisible* sehingga rasio tingkat pencapaian fungsi keanggotaan sedekat mungkin dengan rasio bobot fungsi objektif (Amid, dkk, 2011).

Untuk mendapatkan bobot atau tingkat kepentingan antara masing-masing tujuan *fuzzy* dari pengambil keputusan merupakan proses awal yang sangat penting untuk menyelesaikan model ini. Untuk menentukan bobot fungsi objektif dalam tesis ini digunakan *Analytic Hierarchy Process* (*AHP*).

Analytic Hierarchy Process (*AHP*)

Dalam menenttukan bobot setiap fungsi objektif digunakan pendekatan *Analytic Hierarchy Process* (*AHP*). Untuk informasi bagaimana prosedur *AHP* dalam menentukan bobot fungsi objektif dapat dibaca pada Saaty (1987), Teknomo (2006) dan Winston (1994).

Algoritma Model

Step 1 : Menyatakan masalah pemilihan *supplier* sebagai program linear multi-objektif berdasarkan tujuan-tujuan yang ingin dicapai dan kendala-kendala yang dihadapi.

Step 2 : Menentukan minimum dan maksimum individual untuk masing-masing fungsi objektif berdasarkan kendala yang ada.

Step 3 : Menanyakan kepada pengambil keputusan mengenai tujuan dan nilai kendala yang ingin dicapai beserta nilai toleransi dan kelonggaran untuk tujuan tersebut. Tujuan dengan kelonggaran tersebut disebut tujuan *fuzzy*.

Step 4 : Menentukan fungsi keanggotaan untuk fungsi objektif *fuzzy* dan fungsi kendala *fuzzy* berdasarkan tujuan *fuzzy* dan kendala *fuzzy* yang diberikan oleh pengambil keputusan.

Step 5 : Menentukan bobot untuk setiap tujuan *fuzzy* dan kendala *fuzzy* (bila ada) dengan menggunakan pendekatan *Analytic Hierarchy Process* (*AHP*) dengan algoritma dibawah ini.

(a) Jika pengambil keputusan konsisten sempurna;
   i. membentuk matriks perbandingan
   ii. menentukan vektor prioritas

(b) Jika pengambil keputusan tidak konsisten;

i. membentuk matriks perbandingan
ii. memperkirakan vektor prioritas **w** dengan $\mathbf{w}_{maks}$
iii. uji konsistensi
1). konsistensi dipenuhi jika $\frac{CI}{RI} \leq 0.1$. Lanjut ke *step* 6.
2). konsistensi tidak dipenuhi jika $\frac{CI}{RI} \leq 0.1$. Ulangi prosedur membentuk matriks perbandingan hingga prosedur uji konsistensi sampai konsistensi diterima kemudian lanjut ke *step* 6.

Step 6 : Mentransformasi masalah pemilihan *supplier* dari program linear multi-objektif *fuzzy* menjadi masalah program linear *single*-objektif deterministik yang ekuivalen sesuai jenis keputusan nonsimetris.
(a) Metode pembobotan aditif, menggunakan program linear (15).
(b) Metode pembobotan maks-min menggunakan program linear 16).

Step 7 : Menentukan solusi optimal $\mathbf{x}^*$ dengan menyelesaikan masalah program linear *single*-objektif deterministik menggunakan metode Simpleks.

Selanjutnya, algoritma tersebut diilustrasikan melalui contoh numerik berikut.

Contoh Numerik

Untuk men-*supply* suatu produk makanan baru ke pasar, diasumsikan terdapat tiga *supplier* yang dapat dipilih oleh seorang pengambil keputusan. Ketiga *supplier* tersebut mempunyai kemampuan dan kapasitas yang berbeda dalam menyediakan produk makanan baru tersebut. Pengambil keputusan telah mendapat informasi dari ketiga *supplier* bahwa bahan baku utama untuk membuat produk makanan baru tersebut adalah bahan baku A. Oleh karena dimungkinkan terjadi pengurangan berat takaran per kemasan produk makanan tersebut dari masing-masing *supplier* akibat kenaikan harga bahan baku sehingga komposisi bahan baku A untuk membuat produk makanan baru ini berkisar 88% - 90% dari berat takaran per kemasan.

Terdapat perbedaan kapasitas produksi produk makanan tersebut dari ketiga *supplier*, yaitu untuk *supplier* 1, kapasitas produksinya adalah 28-32 kemasan/hari namun pada umumnya 30 kemasan/hari. Untuk *supplier* 2, kapasitas produksinya adalah 23-27 kemasan/hari namun pada umumnya 25 kemasan/hari sedangkan untuk *supplier* 3, kapasitas produksinya adalah 19-23 kemasan/hari namun pada umumnya 21 kemasan/hari.

Tujuan yang ingin dicapai oleh pengambil keputusan dari pembelian produk baru tersebut adalah meminimalkan biaya pembelian, memaksimalkan kualitas produk yang diperoleh dan memaksimalkan tingkat pelayanan yang akan diperloeh dari *supplier*. Kendala kapasitas *supplier* juga dipertimbangkan dalam model. Diasumsikan bahwa informasi mengenai kinerja *supplier* pada kriteria diatas tidak diketahui secara tepat. Nilai estimasi dari biaya, tingkat kualitas dan pelayanan serta kendala *supplier* disajikan pada Tabel 3. Jumlah hari kerja dalam satu bulan untuk setiap *supplier* adalah 26 hari dan Permintaan pasar yang harus dipenuhi selama sebulan adalah 1000 kemasan.

Tabel 3: Informasi Kuantitatif *Supplier*

Supplier	**Harga (ribu rupiah/ kemasan)**	**Kualitas (%)**	**Pelayanan (%)**	**Kapasitas produksi / hari (kemasan)**
Supplier 1	13	80	85	(28,30,32)
Supplier 2	11.5	70	75	(23,25,27)
Supplier 3	15	95	80	(19,21,23)

Selanjutnya nilai maksimum dan minimum individual dari masalah program linear diatas disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4: Himpunan data untuk fungsi keanggotaan

1. Fungsi Objektif	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 0$
Z_1 (Biaya Pembelian)	–	12025	13988
Z_2 (Tingkat Kualitas)	874.1	735	–
Z_3 (Tingkat Pelayanan)	836.4	767.5	–
2. Parameter Kendala	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 0$
a_1 (komposisi bahan baku A untuk produk dari *supplier* 1)	0.88	0.89	0.90
a_2 (komposisi bahan baku A untuk produk dari *supplier* 2)	0.88	0.89	0.90
a_3 (komposisi bahan baku A untuk produk dari *supplier* 3)	0.88	0.89	0.90
b_1 (kapasitas produksi *supplier* 1)	640.64	694.2	748.8
b_2 (kapasitas produksi *supplier* 2)	526.24	578.5	631.8
b_3 (kapasitas produksi *supplier* 3)	434.72	485.94	538.2

Langkah selanjutnya adalah menentukan Fungsi Keanggotaan untuk Fungsi Objektif *Fuzzy* dan Kendala *Fuzzy*.

Fungsi Keanggotaan untuk Fungsi Objektif *Fuzzy*

Untuk $Z_1 = 13x_1 + 11.5x_2 + 15x_3$ (Biaya pembelian)

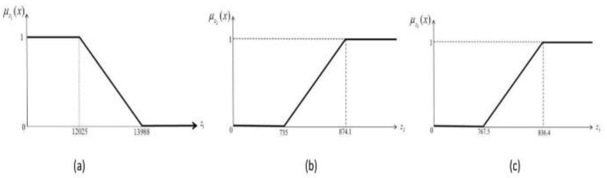
$$\mu_{Z_1}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad Z_1 \leq 12025 \\ f_{Z_k} = \frac{13988 - Z_1}{1963} & ; \quad 12025 \leq Z_1 \leq 13988 \\ 0 & ; \quad Z_1 \geq 13988 \end{cases}$$

Untuk $Z_2 = 0.8x_1 + 0.7x_2 + 0.9x_3$ (Tingkat Kualitas)

$$\mu_{Z_2}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad Z_2 \geq 874.1 \\ \dfrac{Z_2 - 735}{139.1} & ; \quad 735 \leq Z_2 \leq 874.1 \\ 0 & ; \quad Z_2 \leq 735 \end{cases}$$

Untuk $Z_3 = 0.85x_1 + 0.75x_2 + 0.8x_3$ (Tingkat Pelayanan)

$$\mu_{Z_3}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad Z_2 \geq 836.4 \\ \dfrac{z_3 - 767.5}{68.9} & ; \quad 765.5 \leq Z_3 \leq 836.4 \\ 0 & ; \quad Z_2 \leq 767.5 \end{cases}$$



Gambar 4: Fungsi keanggotaan untuk (a) z_1, (b) z_2 dan (c) z_3

Fungsi Keanggotaan untuk Fungsi Kendala berparameter *Fuzzy*

Untuk $(0.88,0.89,0.90)x_1 \lessapprox (640.64,694.2,748.8)$ (*Supplier* 1)

$$\mu_{b_1} = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 640.64, x > 748.8 \\ \dfrac{x - 640.64}{53.56} & ; \quad 640.64 \leq x \leq 694.2 \\ \dfrac{748.8 - x}{54.6} & ; \quad 694.2 \leq x \leq 748.8 \\ 1 & ; \quad x = 694.2 \end{cases}$$

Untuk $(0.88,0.89,0.90)x_2 \lessapprox (526.24,578.5,631.8)$ (*Supplier* 2)

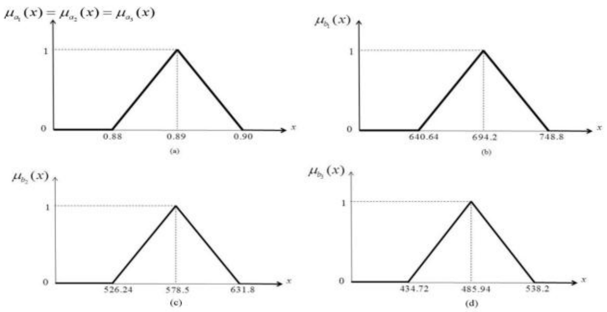
$$\mu_{b_2} = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 526.24, x > 631.8 \\ \dfrac{x - 526.24}{526.26} & ; \quad 526.24 \leq x \leq 578.5 \\ \dfrac{631.8 - x}{533.3} & ; \quad 578.5 \leq x \leq 631.8 \\ 1 & ; \quad x = 578.5 \end{cases}$$

Untuk $(0.88,0.89,0.90)x_3 \lessapprox (434.72,485.94,538.2)$ (*Supplier* 3)

$$\mu_{a_1}(x) = \mu_{a_2}(x) = \mu_{a_3}(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0.88, x > 0.90 \\ \dfrac{x - 0.88}{0.01} & ; \quad 0.88 \leq x \leq 0.89 \\ \dfrac{0.90 - x}{0.01} & ; \quad 0.89 \leq x \leq 0.90 \\ 1 & ; \quad x = 0.89 \end{cases}$$

$$\mu_{b_3} = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 434.72, x > 538.2 \\ \dfrac{x - 434.72}{51.22} & ; \quad 434.72 \leq x \leq 485.94 \\ \dfrac{538.2 - x}{52.26} & ; \quad 485.94 \leq x \leq 538.2 \\ 1 & ; \quad x = 485.94 \end{cases}$$

Gambar dari fungsi keanggotaan diatas disajikan sebagai berikut,



Gambar 5. Fungsi keanggotaan untuk (a) parameter a_1, a_2, a_3, (b) parameter b_1, (c) parameter b_2, (d) parameter b_3.

Berdasarkan fungsi keanggotaan dari fungsi objektif dan fungsi kendala, formulasi multi-objektif *fuzzy* dengan fungsi objektif *fuzzy* dan kendala *fuzzy*-nya adalah sebagai berikut:

meminimalkan

$$Z_1 = 13x_1 + 11.5x_2 + 15x_3 \lessapprox Z_1^0$$

memaksimalkan
$$Z_2 = 0.8x_1 + 0.7x_2 + 0.9x_3 \gtrapprox Z_2^0$$
memaksimalkan
$$Z_3 = 0.85x_1 + 0.75x_2 + 0.8x_3 \gtrapprox Z_3^0$$
dengan kendala:
$$x_1 + x_2 + x_3 = 1000$$
$$(0.88,0.89,0.90)x_1 \lessapprox (640.64,694.2,748.8)$$
$$(0.88,0.89,0.90)x_2 \lessapprox (526.24,578.5,631.8)$$
$$(0.88,0.89,0.90)x_3 \lessapprox (434.72,485.94,538.2)$$
$$x_i \geq 0, i = 1,2,3$$
Tiga fungsi objektif Z_1, Z_2 dan Z_3 masing-masing adalah biaya, kualitas dan pelayanan sementara itu x_i adalah jumlah unit yang dibeli dari *supplier* ke-*i*.

Berdasarkan langkah-langkah menentukan bobot dengan *Analityc Hierarchy Process* (*AHP*) diperoleh bobot dari biaya, kualitas dan pelayanan, yaitu $w_1 = 0.11, w_2 = 0.63$, dan $w_3 = 0.26$. Berdasarkan model pembobotan maks-min (16), formulasi *single*-objektif *crisp* untuk masalah ini adalah sebagai berikut:

Memaksimalkan λ
dengan kendala:
$$0.11\lambda \leq \frac{13988 - (13x_1 + 11.5x_2 + 15x_3)}{1963}$$
$$0.63\lambda \leq \frac{0.8x_1 + 0.7x_2 + 0.9x_3 - 735}{139.1}$$
$$0.26\lambda \leq \frac{(0.85x_1 + 0.75x_2 + 0.8x_3) - 767.5}{68.9}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 1000$$
$$(0.88,0.89,0.90)x_1 \lessapprox (640.64,694.2,748.8)$$
$$(0.88,0.89,0.90)x_2 \lessapprox (526.24,578.5,631.8)$$
$$(0.88,0.89,0.90)x_3 \lessapprox (434.72,485.94,538.2)$$
$$0.89x_1 \leq 694.2$$
$$0.88x_1 \leq 640.64$$
$$0.90x_1 \leq 748.8$$
$$0.89x_2 \leq 578.5$$
$$0.88x_2 \leq 630.76$$
$$0.90x_2 \leq 631.8$$
$$0.89x_3 \leq 485.94$$
$$0.88x_3 \leq 434.72$$
$$0.90x_3 \leq 538.2$$
$$x_1, x_2, x_3, \lambda \geq 0$$
Dengan menggunakan bantuan *software POM for Windows*, diperoleh solusi optimal untuk formulasi model diatas sebagai berikut:
$$x_1 = 359, \quad x_2 = 147, \quad x_3 = 494$$
$$Z_1 = 13767.5, \quad Z_2 = 859.4 \quad Z_3 = 810.6$$
Tingkat pencapaian fungsi objektifnya adalah:
$$\mu_1 = 0.11, \quad \mu_2 = 0.89 \quad \mu_3 = 0.62$$
Dengan kata lain, untuk meminimalkan biaya pembelian dan memaksimalkan kualitas serta pelayanan yang akan diperoleh, berdasarkan perhitungan dengan metode pembobotan maks-min maka pengambil keputusan harus membeli dari *supplier* 1 sebanyak 359 kemasan produk, dari *supplier* 2 sebanyak 147 kemasan produk dan dari *supplier* 3 sebanyak \$494\$ kemasan produk.

Jika kasus ini juga dikerjakan berdasarkan model pembobotan aditif (15), diperoleh perbandingan hasil perhitungan seperti disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5: Hasil perhitungan contoh numerik dengan tiga pendekatan berbeda

	Metode	
	Pembobotan Mak-Min	Pembobotan Aditif
Z_1	13767.5	13988
Z_2	859.4	874.1
Z_3	810.6	825.3
x_1	359	506
x_2	147	0
x_3	494	494
μ_1	0.11	0.32
μ_2	0.89	0.96
μ_3	0.62	1

Berdasarkan Tabel 5, model pembobotan aditif tidak dapat diterima karena tingkat pencapaiannya tidak sesuai dengan bobot fungsi objektif yaitu tingkat pencapaian fungsi objektif kedua lebih rendah dari tingkat pencapaian fungsi objektif ketiga padahal bobot fungsi objektif kedua lebih besar dari bobot fungsi objektif ketiga. Jika dibandingkan dengan solusi yang diperoleh dengan pendekatan metode pembobotan maks-min terlihat bahwa model yang diusulkan berhasil menemukan solusi optimal sedemikian sehingga rasio tingkat pencapaian fungsi objektifnya sama dengan rasio bobot fungsi objektifnya dan solusinya lebih konsisten dari solusi pendekatan lain dengan preferensi atau harapan pengambil keputusan. Dengan kata lain $\mu_2 > \mu_3 > \mu_1$ sesuai dengan $w_2 > w_3 > w_1$.

4. KESIMPULAN

Masalah pemilihan *supplier* dengan fungsi objektif dan fungsi kendala yang bersifat *fuzzy* merupakan salah satu contoh nyata dari masalah program linear multi-objektif *fuzzy*. Untuk kasus dimana setiap tujuan *fuzzy* memiliki tingkat kepentingan yang berbeda, didefinisikan keputusan *fuzzy* yang nonsimetris.

Masalah program linear multi-objektif *fuzzy* diselesaikan dengan mentransformasi masalah tersebut menjadi masalah program linear *single*-objektif deterministik berdasarkan definisi dari keputusan *fuzzy*-nya. Untuk keputusan *fuzzy* yang nonsimetris, masalah program linear multi-objektif *fuzzy* dapat diselesaikan dengan dua metode yaitu metode pembobotan aditif dan metode pembobotan maks-min dengan terlebih dahulu ditentukan bobot untuk setiap fungsi objektif yang merepresentasikan tujuan yang ingin dicapai oleh pengambil keputusan menggunakan pendekatan *Analytic Hierarchy Process* (*AHP*). Pada metode pembobotan aditif tidak ada jaminan bahwa rasio level pencapaian fungsi objektif akan sama dengan rasio bobot fungsi objektif sedangkan pada metode pembobotan maks-min, jaminan ini dapat berlaku jika kasusnya adalah tipe kasus ideal (kasus dengan semua variabel *slack*-nya bernilai nol) dan karena nilai λ pada metode ini tidak dibatasi pada $[0,1]$ seperti pada metode pembobotan aditif.

Pustaka

Amid, A., Ghodyspour, S. H., O'Brien, C. 2006. Fuzzy Multiobjective Linear Model for Supplier Selection in a Supply Chain. *Int. J. Production Economics*, 104: 394-407.

Amid, A., Ghodyspour, S. H., O'Brien, C. 2011. A Weighted Max-Min Model for Fuzzy Multi-objective Supllier Selection in a Supply Chain. *Int. J. Production Economics*, 131: 139-145.

Balan, B. 2016. Solving Muli-Objective Fuzzy Linear Optimization Problems Using Fuzzy Programming Technique. *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, 18-21.

Bector, C. R., Chandra, S. 2005. *Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games*. Germany: Springer-Verlag Berlin.

Cheng, H., Huang, W., Zhou, Q., Cai, J. 2013. Solving Fuzzy Muli-Objective Linear Programming Problems using Deviation Degree Measures and Weighted Max-Min Method. *Applied Mathematical Modelling,* 37: 6855-6869.

Dickson, G. W. 1966. An Analysis of Vendor Selection Systems and Decisions. *Journal of Purchasing,* 2(1): 5-17.

Klir, G. J., Yuan, B. 1996. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*, N.J. (USA): Prentice-Hall, Inc.

Kocken, H. G., Ozkok, B. A., Tiryaki, F. 2014. A Compensatory Fuzzy Approach to Multi-Objective Linear Transportation Problem with Fuzzy Parameters. *European Journal of Pure and Applied Mathematics,* 7(3): 369-386.

Lin, C. C. 2004. A Weighted Max-Min Model for Fuzzy Goal Programming. *Fuzzy Sets and Systems,* 142(3): 407-420.

Nasseri, H., Mortezania, M., Mirmohseni, M. 2017. A New Method for Solving Fully Fuzzy Multi Objective Supplier Selection Problem. *International Journal of Research in Industrial Engineering,* 6(3): 214-227.

Nehi, H. M., Alineghad, M. 2008. Solving Inerval and Fuzzy Multi Objective Linear Programming Problem by Necessarily Efficiency Points. *International Mathematical Forum,* 3(3): 99-106.

Normayati. 2011. *Aplikasi Program Linear Multiobjektif Fuzzy Pada Masalah Pemilihan Supplier dan Pemograman Komputernya*. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

Ramik, J., Rimanek, J. 1985. Inequality Relation Between Fuzzy Numbers and Its Use in Fuzzy Optimization. *Fuzzy Sets and Systems,* 16: 123-138.

Saaty, R. W. 1987. The Analytic Hierarchy Process - What It is and How It is Used. *Mathematical Modelling,* 9: 161-176

Sakawa, M. 1993. *Fuzzy Set and Interactive Multiobjective Optimization*. New York: Plenum Perss.

Shiraishi, S., Obata, T., Daigo, M. 1997. Properties of a Positive Reciprocal Matrix and Their Application to AHP. *Journal of The Operations Research Society of Japan,* 41(3): 404-414.

Teknomo, K. 2006. *Analytical Hierarchy Process (AHP) Tutorial*. Available at http://people. revoledu.com/kardi/tutorial/AHP/ .

Winston, W. L. 1994. *Operations Research Application and Algorithms*, edisi keempat. California: International Thomson Publishing.

Weber, C. W., Current, J. R. 1991. Vendor Selection Criteria and Methods. *European Journal of Operational Research,* 50: 2-18.

Yaghoobi, M. A., Jones, D. F., Tamiz, M. 2008. Weighted Additive Models for Solving Fuzzy Goal Programming Problems. *Asia-Pasific Journal of Operational Research,* 25(5): 715-733.